

В випробувальному центрі інституту проходить апробацію рекомендації [4] що стосуються структури поверхні і перевірки плями контакту зубців. Цей стандарт представляє рекомендації з вимірювальних розглядів структури поверхні і контролю плями контакту бічних поверхонь зубців колеса. Рекомендації, на наш погляд, є корисними як додаткова інформація щодо точності виготовлення передач. Так, на рисунку 3 та в таблиці представлено загальний вигляд очікуваного відношення між ступенями точності зубчастого колеса і розподілів плями контакту, коли перевіряються зубчасті колеса після складання (не навантажені). Однак, фактичні плями не завжди мають таку форму, як та, що показана на рисунку 3. Результати, отримані для зубчастих коліс, контрольованих на стенді зачеплення, повинні бути подібними.

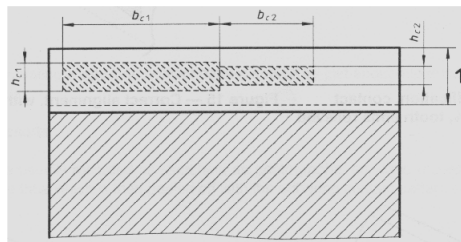


Рисунок 3 – Схематичний розподіл плями контакту:

1 – висота активної бічної поверхні зуба

Таблиця – Пляма контакту при складанні прямозубого зачеплення

Ступінь точності (ISO 1328)	b_{c1} % ширини зубчастого вінця	h_{c1} % активної висоти бічної поверхні зуба	% ширини зубчастого вінця	h_{c1} % активної висоти бічної поверхні зуба
4 і точніше	50%	70%	40%	50%
5 і 6	45%	50%	35%	30%
7 і 8	35%	50%	35%	30%
від 9 до 12	25%	50%	25%	30%

Рисунок 3 та таблиця 1 не застосовуються до бічних поверхонь зубців з профільною і поздовжньою модифікаціями і призначені показувати кращу пляму, яка може бути отримана для зубчастих коліс, що була продемонстрована безпосереднім вимірюванням відповідно точності, введеної в таблиці. Вона не повинна інтерпретуватись як альтернативний метод підтвердження ступеня точності зубчастих передач.

Числові величини, наведені в цьому документі не повинні вважатися суворими критеріями точності ISO, але можуть прислугуватися, як орієнтир для взаємних угод для сталених або чавунних коліс.

Одним з напрямків робіт з нормативною базою є розробка робочих інструкцій (PI) та програм та методик випробувань (ПМ). Суттєвою умовою робіт є необхідність захисту рішень патентами України [5].

Створена ТК-47 база стандартів по механічним приводам вміщує необхідний науково-технічний обсяг для розробки в межах міждержавного комітету зі стандартизації МТК-96 "Механические приводы" міждержавних стандартів (ГОСТ ISO та ГОСТ EN) гармонізованих зі стандартами ISO та EN, однак фінансування робіт по розробці таких стандартів в державах СНД практично зупинено.

ТОВ "НДІ "Редуктор" сприяє замовникам в отриманні комп'ютерної версії або копії на паперовому носії стандартів з нормативної бази ТК-47. Запити треба відправляти за адресами: niireductor@yandex.ru, niiredut@l.com.ua.

Список літератури: 1. ДСТУ 2796-94 Приводи механічні. Методи випробувань. 2. ДСТУ ISO 8579-1 Правила приймання зубчастих передач. Частина 1. Правила випробування на шум. 3. ДСТУ ISO 8579-2 Правила приймання зубчастих передач. Частина 2. Визначення механічних вібрацій редукторів під час приймальних випробувань. 4. ДСТУ ISO 10064-4 Циліндричні зубчасті передачі. Практичні правила приймання. Частина 4. Рекомендації, що стосуються структури поверхні і перевірки плями контакту зубців. 5. Патент України № 59421 від 10.05.2011 р.

Надійшла до редколегії 26.04.12

УДК 621.822

А.В. ГАЙДАМАКА, к.т.н., професор каф. ДМ та ПМ НТУ "ХПІ", Харків

МЕТОД ПРИСКОРЕНОГО РЕСУРСНОГО ВИПРОБУВАННЯ РОЛИКОПІДШИПНИКІВ ВАЖКИХ РЕЖИМІВ ЕКСПЛУАТАЦІЇ

Запропоновано метод форсування ресурсних випробувань роликопідшипників важких режимів навантаження за рахунок утворення контрольованої постійно діючої неспіввісності кілець, що дозволяє на порядок скоротити термін випробувань. Вибір режиму форсування пропонується виконувати на основі методу аналізу розмірностей змінних моделювання.

Предложен метод форсированных ресурсных испытаний роликоподшипников тяжелых режимов нагружения за счёт образования контролируемой постоянно действующей несоосности колец, позволяющий на порядок сократить срок испытаний. Выбор режима форсирования предлагается выполнять на основе метода анализа размерностей переменных моделирования.

The method of forcing the resource tests of roller bearing heavy load due to the formation of modes controlled permanent misaligned of the rings, that allows to shorten the test procedure. The choice of regime of forcing to perform based on the method of analysis dimensions modeling variables.

Актуальність задачі. Скорочення і здешевлення терміну ресурсних випробувань роликопідшипників важких режимів експлуатації, до яких відносять циліндричні роликопідшипники букс колісних пар вагонів та локомотивів, є актуальною задачею надійності машин. Відомі методи форсування режимів випробування підшипників кочення [1] при збільшенні їх навантаження та швидкості обертання вала не можуть вважатися вдосконаленими. Фізична сутність та математичний апарат метода прогресивного збільшення навантаження підшипника при його ресурсному випробуванні потребує подальшої розробки і уточнення. Недоліком метода збільшення швидкості обертання вала є обмеження працездатності з боку сепаратора, а зміна кінематики підшипника шляхом підбору протилежно спрямованих швидкостей кілець для зупинки сепаратора впливає на змащування деталей та його ресурс і не відповідає дійсним умовам функціонування. Тому прискорювати ресурсні випробування роликопідшипників пропонується більш природнім шляхом – утворенням неспіввісності кілець [2]. Саме неспіввісність кілець роликопідшипників спричинює передчасний вихід з ладу через концентрацію контактних напружень [3-9].

Постановка задачі. Ступінь впливу неспіввідповідності кілець на ресурс підшипників кочення визначається відомими формулами [10]. Якщо ресурс, наприклад роликотпідшипника в умовах співвідповідності кілець визначають за виразом

$$L_h = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C_r}{P_r} \right)^{10/3}, \quad (1)$$

то ресурс того ж підшипника в умовах неспіввідповідності кілець визначається виразом

$$L_{hf} = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C_r}{P_r \cdot f_\theta} \right)^{10/3}, \quad (2)$$

де f_θ – коефіцієнт неспіввідповідності кілець; $f_\theta = 1 + \theta/\theta_0$, якщо ролик на всій робочій довжині зберігає контакт з доріжкою кочення; $f_\theta = 2\sqrt{\theta/\theta_0}$, якщо ролик контактує з доріжкою кочення на частині робочої довжини; тут θ – величина кута можливої неспіввідповідності кілець; θ_0 – граничний кут неспіввідповідності кілець, при якій ролик на всій своїй робочій довжині продовжує зберігати контакт з доріжками кочення $\theta_0 = 1,1 \cdot 10^{-4} F_r / (Z \cdot l^2)$.

З урахуванням (1) і (2) відносний ресурс підшипника визначається як

$$\frac{L_{hf}}{L_h} = \left(\frac{1}{f_\theta} \right)^{10/3} \quad (3)$$

і є спадною функцією коефіцієнта неспіввідповідності кілець (див. рисунок).

Встановлена фізична залежність (3) може бути використана для теоретичного обґрунтування метода прискорених ресурсних випробувань підшипників кочення. Режим форсування випробувань роликотпідшипників за рахунок утворення контрольованої неспіввідповідності кілець визначається на основі теорії подоби та моделювання, оскільки обов'язковою умовою таких випробувань є створення аналогічних видів зношування і отримання лінійної залежності між зношуванням та шляхом тертя [11].

Метою публікації є розробка теоретичного обґрунтування метода форсованих ресурсних випробувань роликотпідшипників за рахунок утворення контрольованої неспіввідповідності кілець на основі теорії подоби та моделювання.

Основний матеріал. Дослідження [12-18] процесів контактного руйнування поверхневих шарів кочення кілець та роликів підшипників показують

вплив на ресурс чисельних конструкційних, технологічних, експлуатаційних факторів. До конструкційних факторів відносять макро- та мікрогеометрію поверхонь деталей, допуски на розміри, величини зазорів. Технологічні фактори включають марку сталі, твердість та механічні характеристики матеріалу; щільність, розташування, величину та форму дефектів (неметалевих включень, газових пустот та раковин); залишкові напруження. Експлуатаційні фактори визначаються величиною та розташуванням зовнішньої радіальної та осової сил, їх співвідношенням та можливістю утворення неспіввідповідності кілець, швидкістю обертання, температурою в контакт, проковзуванням в контакт, способом змащування, якістю обслуговування. При цьому залежність ресурсу підшипника кочення від величини неспіввідповідності кілець описується функцією, що наведена вище.

З урахуванням викладеного функція ресурсу підшипника кочення має вид:

$$L_h = \varphi(H_b, W_p, R_n, A_m, \varepsilon, E, HRC, h_\mu, G_T, \sigma_0, C_r, \lambda, A_y, Q, f_\theta^{10/3}, c, N_q, F_r, V, S, l, Z, f, t, \Delta t, K_{cp}), \quad (4)$$

де H_i – макровідхилення поверхні (максимальна висота, висота зглажування); W_j – хвилястість поверхні (технологічна, експлуатаційна, поперечна, повздовжня); R_n – шорсткість поверхні (середнє арифметичне відхилення профілю за десятима точками, середній крок за вершинами локальних виступів); A_m – зазори (радіальний початковий підшипника, осовий у торцевому контакт, боковий у гнізді сепаратора, радіальний сепаратора); E – модуль пружності матеріалу; ε – коефіцієнт об'ємного розширення; HRC – твердість; h_μ – мікротвердість; G_T – межа текучості; c – коефіцієнт теплоємності матеріалу; λ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу; σ_0 – початкове напруження; A_y – триботехнічні властивості мастила; Q – витрата мастила; C_r – динамічна вантажність; F_r – радіальна сила в контакт; f_θ – коефіцієнт неспіввідповідності кілець; V – колова швидкість обертання; S – площа контакту; f – коефіцієнт тертя ковзання; l – шлях тертя; t – об'ємна температура; Δt – температурний градієнт; K_{cp} – коефіцієнт, що враховує вплив оточуючого середовища (температура, вологість, забрудненість); N_q – кількість циклів навантаження контакту; Z – число роликів у підшипнику.

При натурному моделюванні вагонних буксових роликотпідшипників на стенді характеристики макро- та мікрогеометрії поверхонь, фізико-механічні та теплофізичні характеристики матеріалів, умови тертя та змащування, вплив оточуючого середовища припускаються однаковими. При з'єднанні радіальної сили F_r та коефіцієнта неспіввідповідності кілець f_θ , згідно виразу (3), прийнято $F_{rf} = F_r \cdot f_\theta^{10/3}$. Фактор F_{rf} в свою чергу з'єднаний з параметром площини S так, що $\sigma_{Hf} = F_{rf}/S$ та з параметром V , утворюючи параметр питомої потужності $W = \sigma_{Hf} \cdot V$. З урахуванням викладеного вираз (4) спрощується

$$L_h = \tilde{\varphi}(W, C_r, l). \quad (5)$$

Параметри моделювання та їх розмірності наведені в таблиці.

Для трьох базисних змінних W , C_r , l базисний визначник має вид:

Таблиця – Параметри моделювання

Параметр	Розмірність в системі	
	CI	MLT
L_h	c	$M^0 L^0 T^1$
W	$\text{кзл}/c^3$	$M^1 L^0 T^{-3}$
C_r	H	$M^1 L^1 T^{-2}$
l	m	$M^0 L^1 T^0$

$$D_0 = C_r \begin{vmatrix} M & L & T \\ W & 1 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \\ l & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1.$$

Визначники для побудови критерію ресурсу:

$$\begin{vmatrix} M & L & T \\ W & 1 & 0 & -3 \\ L_h & 0 & 0 & 1 \\ l & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1; \quad \begin{vmatrix} M & L & T \\ W & 1 & 0 & -3 \\ C_r & 1 & 1 & -2 \\ L_h & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1.$$

Відповідно до правил запису формул критерію подоби [11] отримуємо

$$\pi_L = \frac{L_h \cdot W \cdot l}{C_r} = \frac{L_h \cdot \sigma_H \cdot f_{\theta}^{10/3} \cdot V \cdot l}{C_r}. \quad (6)$$

Згідно з першою теоремою подоби критерій π_L для моделі та оригінала повинен бути однаковим, тобто

$$\pi_{LH} = \pi_{LM}; \quad \frac{L_{hH} \cdot \sigma_{HH} \cdot f_{\theta H}^{10/3} \cdot V_H \cdot l_H}{C_{rH}} = \frac{L_{hM} \cdot \sigma_{HM} \cdot f_{\theta M}^{10/3} \cdot V_M \cdot l_M}{C_{rM}}. \quad (7)$$

Якщо в експерименті прийняти $C_{rH} = C_{rM}$, $V_H = V_M$, то умова моделювання прискорених ресурсних випробувань роликопідшипників за рахунок збільшення f_{θ} має вид:

$$L_{hH} = L_{hM} \left(\frac{\sigma_{HM}}{\sigma_{HH}} \right) \left(\frac{f_{\theta M}}{f_{\theta H}} \right)^{10/3} \left(\frac{l_M}{l_H} \right). \quad (8)$$

Припускаючи, що в натурному підшипнику відсутня неспіввідповідність кілець, величини σ_{HH} , σ_{HM} можуть бути знайдені згідно з [10]. Тоді, позначаючи коефіцієнт $\chi_{\theta} = \sigma_{HM} / \sigma_{HH}$, маємо:

$$\chi_{\theta} = \sqrt{\frac{l_p}{l_3} \left(1 + \frac{\theta \cdot Z \cdot l_3^2}{9,2\alpha \cdot F_r} \right)},$$

якщо ролик по всій довжині зберігає контакт з доріжкою кочення кілець (мала неспіввідповідність);

$$\chi_{\theta} = \frac{Z \cdot l_p^2 \cdot \theta}{9,2\alpha \cdot F_r},$$

якщо на частині робочої довжини ролика утворився зазор між доріжками кочення кілець (велика неспіввідповідність), де l_p – робоча довжина ролика; l_3 – ефективна довжина ролика; α – коефіцієнт деформації, $\alpha = 6,71 \cdot 10^{-7}$ 1/МПа.

Таким чином, остаточно умова моделювання прискорених ресурсних випробувань роликопідшипників має вид:

$$L_{hH} = L_{hM} \cdot \chi_{\theta} \left(\frac{f_{\theta M}}{f_{\theta H}} \right)^{10/3} \left(\frac{l_M}{l_H} \right). \quad (9)$$

Попередній аналіз виразу (7) показав, що він, по-перше, безвимірний, по-друге, забезпечена зворотна пропорційність між зносом L_h і динамічною вантажністю C_r і, по-третє, збережена фізична залежність між відносним ресурсом (L_{hM}/L_{hH}) та зворотною величиною коефіцієнта неспіввідповідності кілець $(1/f_{\theta})^{10/3}$. При умові, що натурні випробування проводяться із збереженням співвідповідності кілець для заданого співвідношення (l_M/l_H) вирази (9) та (3) відрізняються лише величиною коефіцієнта χ_{θ} . Наявність у виразі (9) коефіцієнта χ_{θ} треба вважати обґрунтованим, виходячи із суті фізичних явищ в контакті твердих деформованих тіл.

Експериментальну перевірку достовірності критерію (7) можна здійснити порівнянням ресурсу натурального підшипника у звичайних умовах випробування при відсутності неспіввідповідності кілець та ресурсу модельного підшипника у форсованому режимі випробування за рахунок утворення неспіввідповідності кілець. Навантаження та число оборотів необхідно підбирати так, щоб розрахунковий ресурс підшипників був у межах 50...200г, а число оборотів на хвилину складало 0,4...0,6 від гранично допустимого n_{max} для підшипника даного типорозміру [1]. За величиною відхилення L_{hM} від L_{hH} можна робити висновок про достовірність результатів прискорених випробувань.

Висновки:

1. Перевагою запропонованого метода прискорених ресурсних випробувань є відносна простота його реалізації, однак необхідно додатково застосувати пристрій для утворення, вимірювання та контролю величини неспіввідповідності кілець дослідного підшипника.
2. Величина прискорення ресурсних випробувань визначається співвідношенням кутів неспіввідповідності кілець модельного та натурального підшипників у межах допустимих їх значень умовами експлуатації.
3. Кваліфікована перевірка достовірності результатів метода прискорених ресурсних випробувань можлива на спеціальних стендах заводу – виробника чи підприємства – споживача підшипників кочення.

Список літератури: 1. *Спришевский А.И.* Подшипники качения. – М.: Машиностроение, 1969. – 632с. 2. Пат. № 57059 України, МПК G 01 N 3/56. Спосіб прискорення ресурсних випробувань підшипників кочення / *А.В. Гайдамака* (Україна). – № u200900061; Заяв. 05.01.2009; Надр. БВ №15, 2009р. – 2с. 3. *Саверский А.С.* Влияние перекоса колец на работоспособность подшипников качения (обзор). – М.: НИИАвтопром, 1976. – 56с. 4. *Квасов В.И., Циханович Л.Г.* Влияние перекосов на долговечность цилиндрических роликоподшипников / Контактно-гидродинамическая теория смазки и её практическое применение в технике. – Г Всероссийская конференция. Тезисы докладов. – Куйбышев, 1972. – С.29-30. 5. *Батенков С.В.* Анализ влияния перекоса колец на долговечность цилиндрических роликоподшипников / Труды ВНИПП. – 1979. – Вып.3. – С.111-121. 6. *Галахов М.А.* Влияние перекоса колец на распределение давления вдоль образующей цилиндрического ролика / Труды ВНИПП. – 1974. – Вып.5. – С.73-80. 7. *Харрис Т.* Влияние перекоса на усталостную долговечность цилиндрических роликоподшипников с закруглёнными роликами // Проблемы трения и смазки. – 1969. – Т.2. – С.91-101. 8. *Зантопулос Н.* Влияние перекоса на долговечность конических роликоподшипников // Проблемы трения и смазки. – 1972. – Т.2. – С.82-89. 9. *Родзевич Н.В.* Выбор и расчёт оптимальной образующей тел качения для роликоподшипников // Машиноведение. – 1970. – №4. – С.83-90. 10. *Бейзельман Р.Д., Цыпкин Б.В., Перель Л.Я.* Подшипники

качения. Справочник. – М.: Машиностроение, 1975. – 572с. **11.** *Веников А.В.* Теория подобия и моделирования. – М.: Высш. шк., 1976. – 470с. **12.** Подшипники качения: Справочник-каталог / Под ред. *В.Н. Нарышкина* и *Р.В. Коросташевского*. – М.: Машиностроение, 1984. – 277с. **13.** Подшипниковые узлы современных машин и приборов: Энциклопедический справочник / Под общ. ред. *В.Б. Носова*. – М.: Машиностроение, 1997. – 640с. **14.** *Колесников Ю.В., Морозов Е.М.* Механика контактного разрушения. – М.: Наука, 1989. – 224с. **15.** *Добромыслов Н.Н., Борисов Ю.С., Лукьянов Д.В.* Расчет показателей безотказности и долговечности крупногабаритных подшипников качения по критериям контактной усталости и износа // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1990. – №2. – С.67-72. **16.** *Абдуллаев А.И., Гарибов М.А.* Уточнение расчета ресурса подшипника качения с учетом свойств смазочного материала // Проблемы машиностроения. – 1994. – №3. – С.24-27. **17.** *Народецкий М.З.* Научно-исследовательские работы в области теории расчета подшипников качения // Труды ВНИПП. – 1981. – №2. – С.3-13. **18.** *Черменский О.Н.* Учет качества металла в расчетах контактной долговечности деталей машин // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1993. – №3. – С.61-69.

Надійшла до редколегії 23.04.12

УДК 621.91.02; УДК 621.83

А.А. ГРЯЗЕВ, магистр каф. компьютерных наук ВНУ им. В. Даля, Луганск;
И.А. КИРИЧЕНКО, д.т.н., проф., зав. каф. метрологии ВНУ им. В. Даля;
М.А. КАШУРА, асп. каф. технологии машиностроения и инженерного консалтинга ВНУ им. В. Даля;
С.Г. КИРИЧЕНКО, аспирант каф. технологии машиностроения и инженерного консалтинга ВНУ им. В. Даля;
А.В. ВИТРЕНКО, ассистент каф. организации перевозок на железнодорожном транспорте ВНУ им. В. Даля;
В.А. ВИТРЕНКО, д.т.н., проф., зав. каф. технологии машиностроения и инженерного консалтинга ВНУ им. В. Даля

ПРИТИРКА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Рассматривается притирка цилиндрических зубчатых колес при помощи специальных гиперболических притириров с использованием абразивных паст или жидких смесей.

Розглядається притирка циліндричних зубчастих коліс за допомогою спеціальних гіперболоїдних притирирів з використанням абразивних паст чи рідких сумішей.

It is considered abrading of cylindrical cogwheels by means of special hyperboloid abrasives with use of abrasive pastes or liquid mixes.

Притирка является доводочным процессом, при котором профили зубьев подвергаются искусственному износу посредством специального инструмента – притира с использованием абразивных паст или жидких смесей.

Процесс притирки осуществляется за счет того, что обрабатываемое колесо и притир оси скрещиваются, кроме медленного обкаточного движения имеют дополнительное возвратно-поступательное движение вдоль оси изделия. В качестве притира используют точные чугунные цилиндрические колеса. Число зубьев притира не должно быть кратным или не должно иметь об-

щих множителей с числом зубьев притираемого цилиндрического зубчатого колеса, в противном случае погрешности притира передаются на притираемое цилиндрическое колесо. Припуск на толщину зуба не превышает 0,05мм.

Притирка – простой и дешевый способ отделки закаленных и сырых цилиндрических зубчатых колес, применяемый для ответственных передач с целью уменьшения шума, повышения долговечности и улучшения контакта между зубьями. Процесс притирки длится 5-6 мин и, таким образом, является весьма производительным.

В основу притирки положена винтовая передача, состоящая из зубчатого притира и обрабатываемого колеса.

Из теории резания известно, что все виды режущего инструмента, работающего по методу обкатки можно разделить на две группы: 1) Инструмент с режущей поверхностью, например, абразивный червяк или шлифовальный дисковый круг для шлифования зубьев цилиндрических колес. К этой группе инструментов также относятся притир и хон; 2) Инструмент с режущими кромками, например червячные фрезы, долбяки, обкаточные резцы.

Определение режущей поверхности на притире относится к первой группе и сводится к определению поверхности, сопряженной с поверхностью обрабатываемого зубца цилиндрического колеса. При этом поверхность притира Σ_1 и обрабатываемого колеса Σ_2 получают инструментальной поверхностью P , отличной от Σ_1 и Σ_2 . Представим, что в то время, когда притир и обрабатываемое цилиндрическое колесо совершают движения обкатки, производящая поверхность P движется определенным образом по отношению к неподвижной части станка. В подвижных системах, связанных с притиром и обрабатываемым колесом, поверхность P воспроизводит поверхности Σ_1 и Σ_2 . Обозначим через Π_{p1} и Π_{p2} движения P относительно притира и цилиндрического колеса. Поверхность Σ_i представляет огибающую семейства инструментальных поверхностей P в движении Π_{pi} ($i=1, 2$); P и Σ_i находятся при этом в линейном контакте.

Обозначим через $D^{(p1)}$ мгновенную линию контакта поверхностей P и Σ_1 . Соответственно $D^{(p2)}$ – мгновенная линия контакта P и Σ_2 . Если линия контакта $D^{(p1)}$ тождественна $D^{(p2)}$, то поверхности Σ_1 и Σ_2 находятся в линейном контакте. Можно представить, что все три поверхности P , Σ_1 и Σ_2 – находятся в каждый момент времени в непрерывном контакте и касаются друг друга по одной и той же линии контакта $D^{(p1)} \equiv D^{(p2)}$. Линию контакта $D^{(p1)}$ определим следующими уравнениями

$$\vec{r}_P = \vec{r}_P(u_P, \vartheta_P); \quad \vec{V}_P^{(P1)} i_P^{(P)} = 0,$$

где $\vec{r}_P = \vec{r}_P(u_P, \vartheta_P)$ – уравнение производящей поверхности P ; $i_P^{(P)}$ – орт нормали к поверхности P в системе S_P ; $\vec{V}_P^{(P1)}$ – вектор скорости относительного движения в системе S_P .

Линия контакта $D^{(p2)}$ определяется уравнением:

$$\vec{r}_P = \vec{r}_P(u_P, \vartheta_P); \quad \vec{V}_P^{(P1)} i_P^{(P)} = 0.$$